

Passungen ohne Mühe berechnen

Wichtiges Detailwissen für Profis

Die Maße von Bauteilen müssen toleriert werden, um sicherzustellen, dass diese ohne Nacharbeit sicher montiert werden können. Damit dies problemlos zu bewerkstelligen ist, existiert die Norm ›DIN ISO EN 286‹, mit deren Hilfe sich Maße für Bauteile jeder Größe finden lassen, um je nach Aufgabenstellung bei deren Paarung Press-, Übergangs- und Spielpassungen zu bekommen. Die Ermittlung der fraglichen Toleranzen ist einfach, da die nötigen Werte einer Tabelle entnommen werden können. Doch wie kommen diese Werte zustande?

Generationen von Facharbeitern, Technikern und Ingenieuren hantieren seit jeher sicher mit einem altbewährten Passungssystem, um für Konstruktionen jeder Art die optimalen Abmaße zu ermitteln. In der Regel wird das System ›Einheitsbohrung‹ verwendet, um, je nach Bedarf, zwei Bauteile über eine Press-, Übergangs-, oder Spielpassung zu verbinden.

Dabei sagt der Name ›Einheitsbohrung‹ schon, was hier die Grundlage bildet: Die Bohrung. Die Idee dahinter ist einfach: Es

werden für bestimmte Bohrungsdurchmesser passende Reibahnen, etwa mit der Toleranzklasse ›H7‹ beschafft und die gewünschte Passungsart dann durch Abdrehen einer Welle auf das nötige Maß hergestellt.

Die Nutzung des Systems Einheitsbohrung hat praktische Gründe, denn es ist sehr viel leichter, unterschiedliche Durchmesser von Wellen anzufertigen, als die gleiche Zahl an Bohrungen herzustellen. Dazu kommen Kostengründe, denn die

Beschaffung und Lagerung von Reibahnen ist weit kostengünstiger, als ein ähnliches System mit Wellen aufzubauen.

Natürlich ist es einfach, mittels Tabellen die nötigen Werte zu finden, um passende Toleranzen für den gewünschten Zweck zu finden. Reizvoller ist es jedoch zu verstehen, woher diese Werte kommen und wie die Formeln zu deren Berechnung aufgebaut sind.

Streng rationiert

Zunächst ist es wichtig zu wissen, dass man sich in der Technik auf ein bestimmtes System an Stufensprüngen geeinigt hat, um willkürliche Abstufungen in diesen Bereichen zu vermeiden. Egal ob Baugröße, Leistung, Drehmomente, Drücke oder Fördermengen betrachtet werden, in jedem Fall wurde mittels der DIN 323 sogenannte Normzahlen festgelegt, um die sich ergebenden Größenabstufungen zu begrenzen.

Diese Normzahlen sind in einer sogenannten geometrischen Reihe gestuft. Dies bedeutet, dass der Abstand einer Zahl zur vorherigen und nachfolgenden Zahl dem Verhältnis nach entsprechend stets konstant bleibt. Dieses zugrundeliegende Verhältnis wird als ›Stufensprung‹ bezeichnet. Dies bedeutet, dass jede Zahl sich durch Multiplikation der vorhergehenden Zahl mit dem Stufensprung ergibt. Eine geometrische Reihe hat dabei gegenüber einer arithmetischen Reihe den Vorteil, dass kleinere Werte feiner und größere Werte gröber gestuft sind. Dadurch ist die geometrische Reihe ideal für Anwendungen in der Technik, insbesondere eben zur Anfertigung von Passungen.

Es sind vier Grundreihen genormt: R5, R10, R30 und R40. Dabei steht der Buchstabe ›R‹ natürlich für das Wort ›Reihe‹, während die Zahl angibt, wie viele Stufen vorgenommen werden. R5 ist daher eine wesentlich gröbere Reihe als R40, da der zugrundeliegende Wertebereich

Nennmaß		Formeln für Grundabmaß für Wellen und Bohrungen nach DIN 286		El Bohrung	ei Welle
über	bis	Grundabmaß	Formel	Vorz.	Vorz.
1	120	a	$265+1,3 \cdot D$	+	-
120	500		$3,5 \cdot D$	+	-
1	160	b	$150+0,85 \cdot D$	+	-
160	500		$1,8 \cdot D$	+	-
0	40	c	$52 \cdot D^{0,2}$	+	-
40	500		$95+0,8 \cdot D$	+	-
0	10	cd	Geom. Mittel von C,c und D,d	+	-
0	3150	d	$16 \cdot D^{0,44}$	+	-
0	3150	e	$11 \cdot D^{0,41}$	+	-
0	10	ef	Geom. Mittel von E,e und F,f	+	-
0	3150	f	$5,5 \cdot D^{0,41}$	+	-
0	10	fg	Geom. Mittel von F,f und G,g	+	-
0	3150	g	$2,5 \cdot D^{0,34}$	+	-
0	3150	h	Abmaß=0	Neutral	Neutral
0	500	j	Keine Formel		
0	3150	js	$0,5 \cdot IT_n$	(+/-)	(+/-)
0	500	k	$0,6 \cdot \sqrt[3]{D}$	-	+
500	3150		Abmaß=0	Kein Z.	Kein Z.
0	500	m	$IT_7 - IT_6$	-	+
500	3150		$0,024 \cdot D + 12,6$	-	+
0	500	n	$5 \cdot D^{0,34}$	-	+
500	3150		$0,04 \cdot D + 21$	-	+
0	500	p	$IT_7 + 0$ bis 5	-	+
500	3150		$0,072 \cdot D + 37,8$	-	+
0	3150	r	Geom. Mittel von P,p und S,s	-	+
0	50	s	$IT_8 + 1$ bis 4	-	+
50	3150		$IT_7 + 0,4 \cdot D$	-	+
24	3150	t	$IT_7 + 0,63 \cdot D$	-	+
0	3150	u	$IT_7 + D$	-	+
14	500	v	$IT_7 + 1,25 \cdot D$	-	+
0	500	x	$IT_7 + 1,6 \cdot D$	-	+
18	500	y	$IT_7 + 2 \cdot D$	-	+
0	500	z	$IT_7 + 2,5 \cdot D$	-	+
0	500	za	$IT_8 + 3,15 \cdot D$	-	+
0	500	zb	$IT_9 + 4 \cdot D$	-	+
0	500	zc	$IT_{10} + 5 \cdot D$	-	+

Bild 1: Grundabmaße für Wellen und Bohrungen bestimmen die Lage des Toleranzfeldes zur Nulllinie. Jedes Grundabmaß wird mit einer eigenen Formel ermittelt.

Formeln

$$\text{Geometrisches Mittel } D = \sqrt[3]{D_1 \times D_2}$$

Nennmaßbereich ÜBER Nennmaßbereich BIS

$$\text{Toleranzfaktor } i = 0,45 \sqrt[3]{D} + 0,001 * D \quad (\text{ITS, IT18})$$

$$\text{Toleranzfaktor } i_1 = 0,3 + 0,02 * D$$

$$\text{Toleranzfaktor } i_0 = 0,3 + 0,012 * D \quad (\text{IT 0})$$

$$\text{Toleranzfaktor } i_{01} = 0,3 + 0,008 * D \quad (\text{IT 01})$$

$$\text{Toleranzfaktor } I = 0,004 * D + 2,1 \quad (\text{ITS, IT18 > 500mm})$$

Reihenberechnung:

$$q_5 = \sqrt[5]{10} = 1,58489 = 1,6$$

$$q_{10} = \sqrt[10]{10} = 1,258925 = 1,25$$

$$q_{20} = \sqrt[20]{10} = 1,12201 = 1,12$$

$$q_{40} = \sqrt[40]{10} = 1,05925 = 1,06$$

Bild 2: Formeln für das geom. Mittel, den Toleranzfaktor und für Reihen bilden die Grundlage für Passungsberechnungen.

von eins bis zehn lediglich fünf Abstufungen erhält und nicht 40.

Der gesuchte Abstand zwischen den einzelnen Stufen wird mit den Formeln in Bild 2 berechnet. Man sieht, dass bei der Reihe »R5« aus der Zahl 10 die fünfte Wurzel gezogen wird, während bei der Reihe »R40« die 40igste Wurzel aus der gleichen Zahl gezogen wird. Im ersten Fall bekommt man als Ergebnis 1,584893, im zweiten Fall den Wert 1,0592537. Diese Ergebnisse werden auf 1,6 beziehungsweise 1,06 gerundet.

Runden nur nach DIN

Zum Berechnen von Passungen via Tabellenkalkulation oder Taschenrechner sollte das Runden jedoch unterbleiben,

damit keine groben Abweichungen von den in Tabellenbüchern stehenden Werte erfolgen. Daher immer die volle Rechengenauigkeit nutzen, um korrekte Berechnungen mit Reihen durchführen zu können. Das Ergebnis anschließend auf eine Stelle hinter dem Komma runden, um bei der anschließenden Weiterverwendung des eben ermittelten Werts annähernd korrekte Werte zu erhalten. Wer sich nun die Frage stellt, wozu Reihen überhaupt nötig sind, erhält die Antwort im nächsten Abschnitt.

Reihen sind unter anderem für Passtabelle und Oberflächenqualitäten wichtig. Ein Blick in ein Tabellenbuch offenbart, dass Reihen beispielsweise bei der Bestimmung von Bereichsklassen für den Mittenrauwert R_a genutzt werden. Die Rauheitsgrenzwerte 1,6, 3,2, 6,3, 12,6, 25 und 50 sind mit Hilfe der aus Bild 2 bekannten Formeln zur Berechnung von Reihen ermittelt worden. Das gleiche Prinzip wird zur Festlegung der Größe von Toleranzfeldern, genauer gesagt, von Grundtoleranzfeldern genutzt.

Nur ist es hier nicht so offensichtlich, wo sich dort die Reihen verstecken. Die Antwort ist: Sie dienen bei der Berechnung von Toleranzfeldern als Multiplikations-

faktor »K«, der noch näher erläutert wird. Reihen sind eine wichtige Voraussetzung zur Berechnung der Toleranzen. Diese werden jedoch erst ganz am Ende einer Berechnungskette benötigt, um schlussendlich zur gesuchten Toleranzfeldgröße zu kommen. Am Anfang dieser Rechenkette steht zunächst die Berechnung des Geometrischen Mittels eines gegebenen Nennmaßbereichs, in dem sich das Maß befindet, zu dem die Toleranzfeldgröße berechnet werden soll.

Zusammenhänge erkennen

Die Formel zum Berechnen des Geometrischen Mittels »D« zeigt wiederum Bild 2. Der mit dieser Formel ermittelte Wert wird genutzt, um den sogenannten Toleranzfaktor »i« zu berechnen, dem die direkt darunterstehende Formel zugrunde liegt. Diese Formel ist gültig für die Toleranzgrade 5 bis 18. Diese Toleranzgrade sind mit den Werten der berechneten Reihe verknüpft. So wird beispielsweise dem Toleranzgrad 7 der Wert 16 und dem Toleranzgrad 11 der Wert 100 zugeordnet.

Wie erläutert, fungieren die Reihenwerte als Multiplikationsfaktoren K zur Be-

Rundungsregeln							
Grundtoleranzen				Grundabmaße			
Gültig bis IT11		Nennmaß		Berechnete Werte in µ		Nennmaß	
Berechnete Werte in µ		500 bis 3150		Berechnete Werte in µ		500 bis 3150	
über	bis	gerundet auf	gerundet auf	über	bis	a bis g / A bis G	d bis u / D bis U
0	60	1	1	5	45	1	1
60	100	1	2	45	60	2	1
100	200	5	5	60	100	5	1
200	500	10	10	100	200	5	5
500	1000	-	20	200	300	10	2
1000	2000	-	50	300	500	10	5
2000	5000	-	100	500	560	10	5
5000	10000	-	200	560	600	20	5
10000	20000	-	500	600	800	20	10
20000	50000	-	1000	800	1000	20	20
				1000	2000	50	50
				2000	5000	100	100

Bild 3: Die Rundungsregeln nach DIN ISO 286 sind unbedingt zu beachten, damit die ermittelten Rechenergebnisse mit den offiziellen Passungstabellen übereinstimmen.



Beispiel zur Toleranzberechnung

Berechnung: Welle Durchmesser 14_{g6}

1; Berechnung der Grundtoleranz

A: Geom. Mittel $D = \sqrt{10 \cdot 18} = 13,4164$

B: Toleranzfaktor $i = 0,45 \cdot \sqrt[3]{13,4164} + 0,001 \cdot 13,416$
Ergebnis: $i = 1,082696$

C: Grundtoleranz $T = 1,0827 \cdot 10 = 10,827$ Mikrometer

D: Runden nach DIN: $10,827 = 11$ Mikrometer

1; Berechnung des Grundabmaßes (Toleranzfeldlage)

A: $ei = 2,5 \cdot D^{0,34} = 2,5 \cdot 13,4164^{0,34} = 6,04417$

B Runden nach DIN: $6,04417 = 6$ Mikrometer

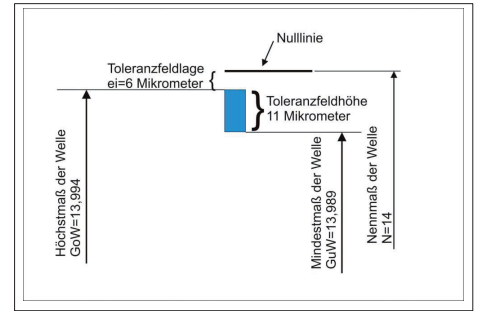


Bild 4: Anhand dieser Beispielrechnung wird die Vorgehensweise beim Passungsrechnen deutlich gemacht.

rechnung der Grundtoleranz. Die Grundtoleranz T entspricht der Größe des Toleranzfeldes, in dessen Grenzen sich das Ist-Maß des angefertigten Werkstückes befinden muss. Die Grundtoleranz T wird berechnet, indem der Toleranzfaktor i mit dem Faktor K multipliziert wird.

Ein Beispiel soll diesen Sachverhalt erläutern: Für die Wellenpassung 14_{g6} ist die Grundtoleranz zu berechnen. Der Rechenweg ist in Bild 4 ersichtlich. Wie zu erkennen ist, beträgt das Geometrische Mittel für den Bereich 10 bis 18, in dem sich diese Bohrungsgröße befindet, 13,4164. Wird dieser Wert zugrundegelegt, so errechnet sich ein Toleranzfaktor von 1,08269. Diese Zahl wird nun mit dem Reihenwert 10 multipliziert. Das Ergebnis beträgt 10,8269, welches normgerecht auf 11 aufgerundet wird. Ein Vergleich mit einem Tabellenbuch zeigt, dass dieser Wert korrekt ist.

Damit die Lage stimmt

Was jetzt noch fehlt, ist die Lage des eben berechneten Toleranzfeldes beziehungsweise des Grundabmaßes zur Nulllinie. Die gestufte Lage der Grundabmaße zur Nulllinie ist leider nur unter Zuhilfenahme einer ganzen Reihe von Formeln zu ermitteln, die in Bild 1 zu finden sind. Wie zu sehen ist, wird die Lage der Grundabmaße mit Buchstaben angegeben, denen jeweils eine Formel zugeordnet ist, mit deren Hilfe die Lage des Toleranzfeldes berechnet werden kann. Dieser Wert wird für Bohrungen mit dem Kürzel ES und für Wellen mit dem Kürzel es gekennzeichnet.

Wie aus der Tabelle ersichtlich ist, lautet die Formel zum Berechnen der Toleranzfeldlage für eine Welle mit dem Durchmesser 14_{g6} wie folgt: $ei = 2,5 \cdot D^{0,34}$. Das

Kürzel ei steht für den Abstand von der Nulllinie zum Beginn des Toleranzfeldes. Was als „Beginn“ des Toleranzfeldes gewertet wird, hängt von dessen Lage ab. Hier muss das in der Norm festgelegte Vorzeichen beachtet werden, um die Berechnung korrekt weiterzuführen. Hier entscheidet sich, ob das Toleranzfeld seinen nach Norm korrekten Platz zur Bezugslinie einnimmt. Der Buchstabe D steht, wie bereits bekannt, für das Geometrische Mittel des Nennmaßbereichs 10 bis 18.

Gewusst wie

Die Berechnung (siehe Bild 4) ergibt, dass das Grundabmaß gerundet sechs Mikrometer beträgt. Das zu berücksichtigende Vorzeichen ist für den Buchstaben g negativ, was bedeutet, dass das Grundabmaß um diesen Betrag unterhalb des Nennmaßes liegt. Von dieser Position aus wandert das Toleranzfeld nach unten, bis es eine Größe von 11 Mikrometer besitzt. Dieser Wert wurde bereits im ersten Rechenschritt ermittelt.

Nun ist es ein Leichtes, das zulässige Höchstmaß für die Welle GoW sowie das Mindestmaß GuW zu berechnen. Die Berechnung ist ebenfalls in Bild 4 ersichtlich. Auf diese Weise lassen sich alle Passungen ohne Tabellen berechnen. Allerdings muss immer darauf geachtet werden, dass sowohl für die Grundtoleranzen, als auch für die Grundabmaße je nach Größe der berechneten Werte unterschiedliche Rundungsregeln gelten. Nur wenn diese beachtet werden, sind die ermittelten Werte nach Norm korrekt.



weltderfertigung.de

Aus Freude an Technik

Welt der Fertigung –
mehr muss man nicht lesen



www.weltderfertigung.de